

Kolorowanie online grafów bez trójkątów

Prezentujący: Grzegorz Gutowski

Email: gutowski@tcs.uj.edu.pl

Autorzy: Henry A. Kierstead, William T. Trotter

Problem.

Kolorowanie online to gra pomiędzy Prezenterem i Algorytmem. Gra rozgrywana jest w rundach na planszy, która na początku jest pustym grafem. W każdej kolejnej rundzie Prezenter dodaje do grafu jeden wierzchołek wraz z krawędziami do niektórych z wcześniej dodanych wierzchołków. Algorytm nadaje nowo dodanemu wierzchołkowi kolor – liczbę naturalną, która jest inna niż kolory nadane sąsiadom wierzchołka. Algorytm chce użyć jak najmniejszej liczby kolorów podczas całej rozgrywki, a celem Prezentera jest wymuszenie użycia jak największej liczby kolorów.

Ważna modyfikacja tego problemu nakłada na Prezentera dodatkowy wymóg: W każdym ruchu, sąsiedztwo nowo dodanego wierzchołka jest zbiorem niezależnym. Przy tym dodatkowym założeniu, grafy, które mogą zostać skonstruowane nie zawierają trójkątów. W tym wariacie możliwe są podliniowe (używające $o(n)$ kolorów w n rundach) algorytmy kolorujące – Lovász, Saks i Trotter [LST89] pokazali algorytm, który używa $\frac{n}{\log \log n}$ kolorów.

Prosta strategia dla Prezentera [DKV13, GKMZ14] wymusza użycie $\Omega(\sqrt{n})$ kolorów. Czy potrafimy zaadaptować geometryczne konstrukcje Erdősa [Erd66] do sytuacji online i dostać lepsze ograniczenia dolne w tym problemie?

REFERENCES

- [DKV13] Ajit A. Diwan, Sreyash Kenkre, and Sundar Vishwanathan. Circumference, chromatic number and online coloring. *Combinatorica*, 33(3):319–334, 2013.
- [Erd66] Paul Erdős. On the construction of certain graphs. *Journal of Combinatorial Theory*, 1(1):149–153, 1966.
- [GKMZ14] Grzegorz Gutowski, Jakub Kozik, Piotr Micek, and Xuding Zhu. Lower bounds for on-line graph colorings. In *Algorithms and Computation - 25th International Symposium, ISAAC 2014, Jeonju, Korea, December 15-17, 2014, Proceedings*, volume 8889 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 507–515, 2014.
- [LST89] László Lovász, Michael E. Saks, and William T. Trotter. An on-line graph coloring algorithm with sublinear performance ratio. *Discrete Mathematics*, 75(1-3):319–325, 1989.